

# Semillero Sumando y Contando

## Prueba de Bondad de Ajuste

Autor: William Zabala Jaramillo\*



# Prueba de Bondad de Ajuste\*

- Consiste en determinar si los datos de cierta muestra corresponden a cierta distribución poblacional.
- En este caso es necesario que los valores de la variable en la muestra y sobre la cual queremos realizar la inferencia esté dividida en clases de ocurrencia, o equivalentemente, sea cual sea la variable de estudio, deberemos categorizar los datos asignando sus valores a diferentes clases o grupos.



\*Kolmogorov Smirnov Lilliefors KSL

# Prueba de Bondad de Ajuste\*

Consiste en determinar si una variable **cuantitativa** de cierta muestra, corresponden a cierta distribución probabilística.

- Normal
- Poisson
- Binomial
- Beta
- Gamma
- ...



\*Kolmogorov Smirnov Lilliefors KSL

# Prueba de Bondad de Ajuste\*

- En este caso es necesario que los valores de la variable en la muestra y sobre la cual queremos realizar la inferencia esté dividida en clases de ocurrencia, o equivalentemente, sea cual sea la variable de estudio, deberemos categorizar los datos asignando sus valores a diferentes clases o grupos.

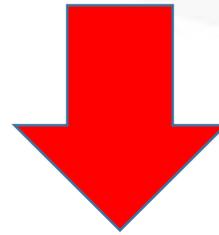
No.	(Li - Ls)
1	(a - b)
2	(c - d)
3	(e - f)
:	:

\*Kolmogorov Smirnov Lilliefors KSL

# Prueba de Bondad de Ajuste

Normalidad

## Estadístico Chi-cuadrado (Variables Cuantitativas)



$H_0$  = La muestra tiene una distribución x.

$H_1$  = La muestra **NO** tiene una distribución x.

$$\chi_0^2 = \sum_1^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

SI :  $\chi_0^2 < \chi_{\alpha, k-p-1}^2$

SI :  $\chi_0^2 > \chi_{\alpha, k-p-1}^2$

➡ Se acepta  $H_0$

➡ Se rechaza  $H_0$

# Prueba de Bondad de Ajuste

Normalidad

## Hipótesis:

- Ho: La variable **xxx** tiene una distribución normal con media  $\mu=xxx$  y una desviación estándar de  $\sigma=xxx$ .

VS

- Ha: La variable **xxx** no tiene una distribución normal con media  $\mu=xxx$  y una desviación estándar de  $\sigma=xxx$ .

# Prueba de Bondad de Ajuste

## Cálculos:

$$X^2_c = \sum \frac{(F_o - F_t)^2}{F_t}$$

VS

$$X^2_{T(v; \alpha)}$$

## Criterio:

Si  $X^2_c \leq X^2_T$ , Acepto  $H_0$

Si  $X^2_c > X^2_T$ , Rechazo  $H_0$

**Donde:**  $v = (k-p-1)$

$k$  = No. Intervalos resultantes,

$p$  = No. De parámetros de la distribución probabilística

$\alpha$  = Nivel de significancia de la prueba o Error permitido.

# Prueba de Bondad de Ajuste

## Tabulación:

Frecuencias observadas

Frecuencias teóricas  
**(Probabilísticas)**  
 $Ft = Probab * N$

No.	Li – Ls	Fo	Probabil	Ft
1				
2				
3	Seguir método probabilístico para Histogramas		$Pr(X \leq Ls) - Pr(X \leq Li)$ <b>Con <math>\bar{X} = ?</math> y <math>S = ?</math></b>	
4				
:				
	Total .....	N	1.00	

**Las Ft menores que 5 se asocian con intervalos vecinos.**

# Prueba de Bondad de Ajuste

## Tabulación:

Chi-cuadrado

No.	Li – Ls	Fo	Probabilid	Ft	(Fo-Ft) <sup>2</sup> / Ft
1					
2					
3					
4					
:					
	Total .....	N	1.00		

$$\chi^2_c = \sum$$

# Prueba de Bondad de Ajuste

## Cálculos:

$$X^2_c = \sum \frac{(F_o - F_t)^2}{F_t}$$

VS

$$X^2_{T(v; \alpha)}$$

## Criterio:

Si  $X^2_c \leq X^2_T$ , Acepto  $H_0$

Si  $X^2_c > X^2_T$ , Rechazo  $H_0$

**Donde:**  $v = (k-p-1)$

$k$  = No. Intervalos resultantes,

$p$  = No. De parámetros de la distribución probabilística

$\alpha$  = Nivel de significancia de la prueba o Error permitido.

# Prueba de Bondad de Ajuste

## Cálculos:

$$X^2_c = \sum \frac{(F_o - F_t)^2}{F_t}$$

$$X^2_{T(v; \alpha)} \text{ VS}$$

## Criterio:

Si  $X^2_c \leq X^2_T$ , Acepto  $H_0$

Si  $X^2_c > X^2_T$ , Rechazo  $H_0$

Donde:  $v = (k-p-1)$

$k$  = No. Intervalos resultantes,

$p$  = No. De parámetros de la distribución probabilística

$\alpha$  = Nivel de significancia de la prueba o Error permitido.

# Prueba de Bondad de Ajuste

Tabla 2. Valores críticos  $\chi^2_{(\alpha;\nu)}$  de la distribución  $\chi^2_{\nu}$  Ji-Cuadrada.

$\nu$	$P$									
	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995
	$\alpha$									
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300

# Prueba de Bondad de Ajuste



# Prueba de Bondad de Ajuste

**Taller:** Estatura (cm) de jóvenes en planes de nutrición.

No.	Li	Ls	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa	Frecuencia Absoluta Acumulada	Frecuencia Relativa Acumulada
1	140	145	4	0,080	4	0,080
2	145	150	5	0,100	9	0,180
3	150	155	6	0,120	15	0,300
4	155	160	10	0,200	25	0,500
5	160	165	5	0,100	30	0,600
6	165	170	11	0,220	41	0,820
7	170	175	2	0,040	43	0,860
8	175	180	7	0,140	50	1,000
			50			

**Media = 157,2**  
**Desv = 6,3**

# Prueba de Bondad de Ajuste

**Taller:** Estatura (cm) de jóvenes en planes de nutrición.

No.	Li	Ls	Frecuencia Observada (Fo)
1	140	145	4
2	145	150	5
3	150	155	6
4	155	160	10
5	160	165	5
6	165	170	11
7	170	175	2
8	175	180	7
			50

# Prueba de Bondad de Ajuste

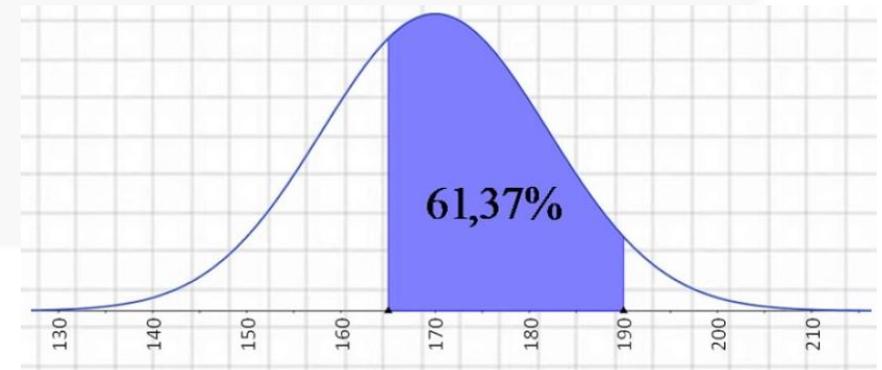
**Taller:** Estatura (cm) de jóvenes en planes de nutrición.

No.	Li	Ls	Frecuencia Observada (Fo)	Probabilidad Normal	Frecuencia Teórica (Ft)	$\frac{(Fo-Ft)^2}{Ft}$
1	140	145	4			
2	145	150	5			
3	150	155	6			
4	155	160	10			
5	160	165	5			
6	165	170	11			
7	170	175	2			
8	175	180	7			
			50			

# Prueba de Bondad de Ajuste

**Taller:** Estatura (cm) de jóvenes en planes de nutrición.

No.	Li	Ls	Frecuencia Observada (Fo)	Probabilidad Normal
1	140	145	4	
2	145	150	5	
3	150	155	6	
4	155	160	10	
5	160	165	5	
6	165	170	11	
7	170	175	2	
8	175	180	7	
			50	



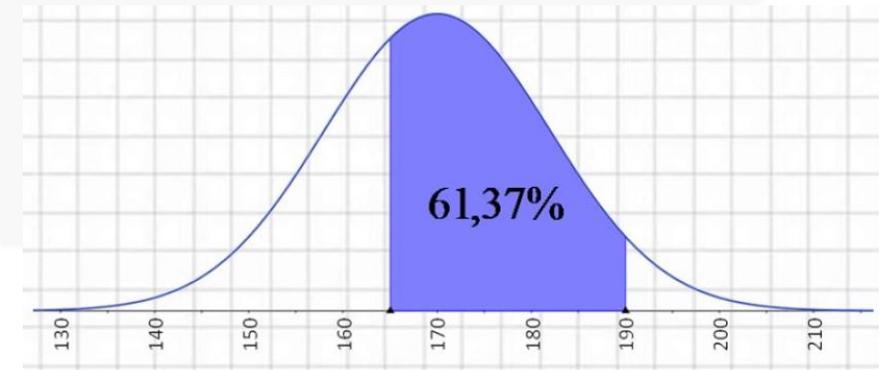
$$\Pr(Li \leq X \leq Ls)$$

$$\Pr(X \leq Ls) - \Pr(X \leq Li)$$

# Prueba de Bondad de Ajuste

**Taller:** Estatura (cm) de jóvenes en planes de nutrición.

No.	Li	Ls	Frecuencia Observada (Fo)	Probabilidad Normal
1	140	145	4	0,023
2	145	150	5	0,100
3	150	155	6	0,237
4	155	160	10	0,308
5	160	165	5	0,221
6	165	170	11	0,087
7	170	175	2	0,019
8	175	180	7	0,002
			50	



$$\Pr(Li \leq X \leq Ls)$$

$$\Pr(X \leq Ls) - \Pr(X \leq Li)$$



# Prueba de Bondad de Ajuste

**Taller:** Estatura (cm) de jóvenes en planes de nutrición.

No.	Li	Ls	Frecuencia Observada (Fo)	Probabilidad Normal	Frecuencia Teórica (Ft)	
1	140	145	4	0,023		
2	145	150	5	0,100		
3	150	155	6	0,237		
4	155	160	10	0,308		
5	160	165	5	0,221		
6	165	170	11	0,087		
7	170	175	2	0,019		
8	175	180	7	0,002		
			50			

Frecuencias teóricas  
**(Probabilísticas)**  
 $Ft = \text{Prob} * N$

# Prueba de Bondad de Ajuste

**Taller:** Estatura (cm) de jóvenes en planes de nutrición.

No.	Li	Ls	Frecuencia Observada (Fo)	Probabilidad Normal	Frecuencia Teórica (Ft)
1	140	145	4	0,023	1,2
2	145	150	5	0,100	5,0
3	150	155	6	0,237	11,8
4	155	160	10	0,308	15,4
5	160	165	5	0,221	11,0
6	165	170	11	0,087	4,3
7	170	175	2	0,019	0,9
8	175	180	7	0,002	0,1
			50		



Frecuencias teóricas  
**(Probabilísticas)**  
 $Ft = \text{Prob} * N$

# Prueba de Bondad de Ajuste

**Taller:** Estatura (cm) de jóvenes en planes de nutrición.

No.	Li	Ls	Frecuencia Observada (Fo)	Probabilidad Normal	Frecuencia Teórica (Ft)	
1	140	145	4	0,023	1,2	
2	145	150	5	0,100	5,0	
3	150	155	6	0,237	11,8	
4	155	160	10	0,308	15,4	
5	160	165	5	0,221	11,0	
6	165	170	11	0,087	4,3	
7	170	175	2	0,019	0,9	
8	175	180	7	0,002	0,1	
			50			

Las Ft menores que 5 se asocian con intervalos vecinos.

# Prueba de Bondad de Ajuste

**Taller:** Estatura (cm) de jóvenes en planes de nutrición.

No.	Li	Ls	Frecuencia Observada (Fo)	Probabilidad Normal	Frecuencia Teórica (Ft)	
1	140	145	4	0,023	1,2	
2	145	150	5	0,100	5,0	
3	150	155	6	0,237	11,8	
4	155	160	10	0,308	15,4	
5	160	165	5	0,221	11,0	
6	165	170	11	0,087	4,3	
7	170	175	2	0,019	0,9	
8	175	180	7	0,002	0,1	
			50			

Las Ft menores que 5 se asocian con intervalos vecinos.

# Prueba de Bondad de Ajuste

**Taller:** Estatura (cm) de jóvenes en planes de nutrición.

No.	Li	Ls	Frecuencia Observada (Fo)	Probabilidad Normal	Frecuencia Teórica (Ft)	
1	140	145	4	0,023	1,2	
2	145	150	5	0,100	5,0	
3	150	155	6	0,237	11,8	
4	155	160	10	0,308	15,4	
5	160	165	5	0,221	11,0	
6	165	170	11	0,087	4,3	
7	170	175	2	0,019	0,9	
8	175	180	7	0,002	0,1	
			50			

Las Ft menores que 5 se asocian con intervalos vecinos.

# Prueba de Bondad de Ajuste

**Taller:** Estatura (cm) de jóvenes en planes de nutrición.

No.	Li	Ls	Frecuencia Observada (Fo)	Probabilidad Normal	Frecuencia Teórica (Ft)	
1	140	150	9	0,1234	6,2	
2	150	155	6	0,237	11,8	
3	155	160	10	0,308	15,4	
4	160	165	5	0,221	11,0	
5	165	180	20	0,1077	5,4	
			50			

Las Ft menores que 5 se asocian con intervalos vecinos.



# Prueba de Bondad de Ajuste

**Taller:** Estatura (cm) de jóvenes en planes de nutrición.

No.	Li	Ls	Frecuencia Observada (Fo)	Probabilidad Normal	Frecuencia Teórica (Ft)	$\frac{(Fo-Ft)^2}{Ft}$
1	140	150	9	0,1234	6,2	
2	150	155	6	0,237	11,8	
3	155	160	10	0,308	15,4	
4	160	165	5	0,221	11,0	
5	165	180	20	0,1077	5,4	
			50			

Valores  
Chi-cuadrado

# Prueba de Bondad de Ajuste

**Taller:** Estatura (cm) de jóvenes en planes de nutrición.

No.	Li	Ls	Frecuencia Observada (Fo)	Probabilidad Normal	Frecuencia Teórica (Ft)	$\frac{(Fo-Ft)^2}{Ft}$
1	140	150	9	0,1234	6,2	1,3
2	150	155	6	0,237	11,8	2,9
3	155	160	10	0,308	15,4	1,9
4	160	165	5	0,221	11,0	3,3
5	165	180	20	0,1077	5,4	39,7
			50			

Valores Chi-cuadrado



# Prueba de Bondad de Ajuste

**Taller:** Estatura (cm) de jóvenes en planes de nutrición.

No.	Li	Ls	Frecuencia Observada (Fo)	Probabilidad Normal	Frecuencia Teórica (Ft)	$\frac{(Fo-Ft)^2}{Ft}$
1	140	150	9	0,1234	6,2	1,3
2	150	155	6	0,237	11,8	2,9
3	155	160	10	0,308	15,4	1,9
4	160	165	5	0,221	11,0	3,3
5	165	180	20	0,1077	5,4	39,7
			50		$\chi^2_c =$	49,0



# Prueba de Bondad de Ajuste

## Cálculos:

$$X^2_c = \sum \frac{(F_o - F_t)^2}{F_t}$$

VS

$$X^2_{T(v; \alpha)}$$

## Criterio:

Si  $X^2_c \leq X^2_T$ , Acepto  $H_0$

Si  $X^2_c > X^2_T$ , Rechazo  $H_0$

**Donde:**  $v = (k-p-1)$

$k$  = No. Intervalos resultantes,

$p$  = No. De parámetros de la distribución probabilística

$\alpha$  = Nivel de significancia de la prueba o Error permitido.

# Prueba de Bondad de Ajuste

## Cálculos:

$$X^2_c = \sum \frac{(F_o - F_t)^2}{F_t}$$

VS

$$X^2_{T(v; \alpha)}$$

## Criterio:

Si  $X^2_c \leq X^2_T$ , Acepto  $H_0$

Si  $X^2_c > X^2_T$ , Rechazo  $H_0$

Donde:  $v = (k-p-1)$

$k$  = No. Intervalos resultantes,

$p$  = No. De parámetros de la distribución probabilística

$\alpha$  = Nivel de significancia de la prueba o Error permitido.

# Prueba de Bondad de Ajuste

$$\chi^2_{T(v; \alpha)}$$

Donde:  $v = (k-p-1)$

$k$  = No. Intervalos resultantes,

$p$  = No. De parámetros de la distribución probabilística

$\alpha$  = Nivel de significancia de la prueba o Error permitido.

$K = 5$  intervalos finales.

$P = 2$  parámetros

Entonces:

$$V = (5 - 2 - 1)$$

$$V = 2$$

$$\alpha = 0,05$$

Ver Tabla de Valores Chi-cuadrado

# Prueba de Bondad de Ajuste

Tabla 2. Valores críticos  $\chi^2_{(\alpha;\nu)}$  de la distribución  $\chi^2_{\nu}$  Ji-Cuadrada.

$\nu$	$P$										
	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	
	$\alpha$										
	0.995	0.99	0.975	0.95	0.90	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597	
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838	
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860	
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750	
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548	
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278	
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955	
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589	
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188	
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757	
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300	

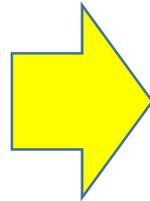
# Prueba de Bondad de Ajuste

## Cálculos:

$$X^2_c = 49,0$$

vs

$$X^2_{T(v; \alpha)} = 5,99$$



## Criterio:

Si  $X^2_c \leq X^2_T$ , Acepto  $H_0$

Si  $X^2_c > X^2_T$ , Rechazo  $H_0$

# Prueba de Bondad de Ajuste

## Cálculos:

$$X^2_c = 49,0$$

vs

$$X^2_{T(v; \alpha)} = 5,99$$

## Criterio:

Si  $X^2_c \leq X^2_T$ , Acepto  $H_0$

Si  $X^2_c > X^2_T$ , Rechazo  $H_0$

**Decisión: ?**

# Prueba de Bondad de Ajuste

## Decisión:

Dado que el  $X^2_c$  es mayor que el  $X^2_T$ , se puede concluir con un 95% de confiabilidad que la estatura del personal que hace parte del programa de nutrición, NO se comporta normal con una media de 157,2 cm y una desviación típica de 6,3 cm.



# Gracias....



[www.fumc.edu.co](http://www.fumc.edu.co)

[f @mariacanooficial](https://www.facebook.com/mariacanooficial)

[ig mariacanooficial](https://www.instagram.com/mariacanooficial)

[yt Maria Cano video](https://www.youtube.com/channel/UC...)

[t @MariaCano\\_col](https://twitter.com/MariaCano_col)

[in Fundación Universitaria María Cano](https://www.linkedin.com/company/fundacion-universitaria-maria-cano)